<u>Horner-Schema:</u> Gegeben ist die ganzrationale Funktion $f(x) = a_3\,x^3 + a_2\,x^2 + a_1\,x + a_0$.
Ist x_1=k eine Nullstelle von f(x), kannst Du diese Nullstelle wegdividieren mit dem Horner-Schema:

	a_3	a_2	a_1	a_0
k		$+\ k\cdot a_3$	$+\ k\cdot b_2$	$+\ k\cdot b_1$
	a_3	b_2	b_1	$b_0 = 0$

Probe: b_0 muss 0 sein !

(**Achtung**: Alle Koeffizienten müssen immer angegeben werden, auch wenn z.B. $a_2 = 0$ ist!)

a3, b2 und b1 sind jetzt die Koeffizienten einer quadratischen Gleichung: $a_3\,x^2 + b_2\,x + b_1 \ = 0$

(Es gilt: $f(x) = a_3\,x^3 + a_2\,x^2 + a_1\,x + a_0 \ = \ (a_3\,x^2 + b_2\,x + b_1\,) \cdot (x - x_1)$)

Beispiel: $f(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$, x_1= −1 ist eine „geratene" Nullstelle.

	1	6	11	6
−1	↓	+ −1	+ −5	+ −6
	1	5	6	0
	(−1·1)	(−1·5)	(−1·6)	

1, 5 und 6 sind jetzt die Koeffizienten einer quadratischen Gleichung: $x^2 + 5x + 6 = 0$.
Die Lösungen dieser Gleichung erhältst Du mit der quadratischen Ergänzung: x_2= −2 und x_3= −3

Aufgaben
Berechne die Nullstellen folgender Funktionen f(x) nach folgendem Schema:

1. Setze die Funktion gleich Null: f(x)=0.
2. Falls vor dem Term x^3 ein Faktor a_3 ungleich 1 steht, klammere ihn aus und setze den Rest gleich Null. Jetzt ist a_3 = 1.
3. Rate eine Nullstelle x_1 als Faktor des absoluten Gliedes.
4. Jetzt hast Du die Wahl:
   a) Entweder Polynomdivision: f(x) : (x − x_1)
   b) Oder Hornerschema mit der ersten Lösung x_1.
5. Bei Horner-Schema: Bestimme die quadratische Gleichung $a_3\,x^2 + b_2\,x + b_1 \ = 0$
6. Berechne die restlichen Nullstellen x_2 und x_3 (in der Regel mit quadratischer Ergänzung).

a) $f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ b) $f(x) = 2x^3 - 14x - 12$ c) $f(x) = 3x^3 - 15x^2 - 51x + 63$

d) $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 2x + 6$ e) $f(x) = x^3 + \frac{11}{2}x^2 + 5x - 4$ f) $f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{11}{2}x - 3$

g) $f(x) = x^3 - \frac{5}{4}x^2 - \frac{23}{4}x + \frac{3}{2}$ h) $f(x) = x^3 - \frac{5}{3}x^2 - \frac{47}{3}x - 5$ i) $f(x) = x^3 - \frac{7}{4}x + \frac{3}{4}$

Lösungen: a) -3, -1, 2 b) -2, -1, 3 c) -3, 1, 7 d) -2, 2, 3 e) -4, -2, ½
f) -3, -½, 2 g) -2, ¼, 3 h) -3, -1/3, 5 i) -3/2, ½, 1